Technische Universität Braunschweig

Institut für Theoretische Informatik

Dr. Jürgen Koslowski

Algebraische Automatentheorie

Blatt 1, 2018-10-25

Aufgabe 1 [6 Punkte]

Zeigen oder widerlegen Sie: für zwei feste Mengen A_0 und B_0 bilden die Spannen von A_0 nach B_0 (also Mengen-wertige $A_o \times B_0$-Matrizen) zusammen mit den Spannen-Morphismen (Funktions-wertige $A_o \times B_0$-Matrizen) eine lokal kleine Kategorie.

Aufgabe 2 [12 Punkte]

Zeigen Sie, dass die natürlichen Transformationen zwischen Funktoren die "middle interchange" Bedingung erfüllen. Damit bilden kleine Kategorien, Funktoren und natürliche Transformationen eine 2-Kategorie.

Aufgabe 3 [12 Punkte]

Mit der ursprünglichen Definition von Transformationen zwischen Graph-Morphismen (Definition 4.3.00) bilden die kleinen Graphen, die Graph-Morphismen und die Transformationen *keine* 2-Kategorie. Warum nicht, und wie kann man diesen Fehler reparieren?

Aufgabe 4 [16 Punkte]

Das Folgende scheinen Standard-Definitionen in der Theorie der Halbgruppen zu sein (vergl. Pin, S. 14 oben bzw. unten): Für eine Halbgruppe S

- entsteht das Monoid S^1 durch Hinzufügen eines neutralen Elements, *sofern* S *selbst kein Monoid ist*, andernfalls gilt $S^1 = S$.
- entsteht die Halbgruppe S^0 mit 0 durch Hinzufügen eines neuen absorbierenden Elements (selbst wenn S bereits ein solches besaß).

Wir wollen diese Konstruktionen unter kategoriellen Gesichtspunkten betrachten:

(a) [6 punkte] Welche dieser Konstruktionen liefert einen Endo-Funktor auf der Kategorie $\boldsymbol{sgr}$ der Halbgruppen und Halbgruppenmorphismen?

(b) [10 punkte] Welche dieser Konstruktionen läßt sich zu einer Monade erweitern? Bestimmen Sie ggf. die entsprechende Kategorie der Eilenberg-Moore Algebren.

Abgabe: Donnerstag, 2018-11-01, 13:15