Technische Universität Braunschweig

Institut für Theoretische Informatik

Dr. Jürgen Koslowski

Algebraische Automatentheorie

Blatt 3, 2018-11-08

Aufgabe 1 [12 Punkte]

Für die

- die Listenmonade,
- die Exception-Monade und
- die Potenzmengen Monade

identifizieren Sie jeweils

(a) die Co-Monade auf der Kategorie $\boldsymbol{set}^{\mathbb{T}}$ der EM-Algebren;

(b) die Kleisli-Kategorie $\boldsymbol{set}_{\mathbb{T}}$;

(c) die Co-Monade auf der Kleisli-Kategorie.

Aufgabe 2 [12 Punkte]

Ein Morphismus $B \xrightarrow{g} C$ in einer Kategorie $\mathscr{C}$ heißt

- *Monomorphismus* bzw. *monomorph* (abkürzend *Mono* bzw. *mono*), falls die Funktion
$$[A, B] \xrightarrow{[A, g]} [A, C]$$
die durch nach-Komposition mit g definiert ist, für jedes $\mathscr{C}$-Objekt A bijektiv ist. Anders ausgedrückt, g ist *nach-kürzbar*, d.h., $r \,;\, g = s \,;\, g$ impliziert $r = s$ für alle $\mathscr{C}$-Morphismen $A \overset{r}{\underset{s}{\rightrightarrows}} B$;
- *Schnitt* oder *Sektion*, oder auch *aufspaltender Mono*, sofern g einen *nach-Inversen* $C \xrightarrow{h} B$ mit $g \,;\, h = id_B$ besitzt.

Falls g beidseitig invertierbar ist, spricht man von einem *Isomorphismus*.

Duale Begriffe: *Epimorphismus*, *vor-kürzbar*, *Retraktion* or *aufspaltender Epi*.

Bestimmen Sie die (aufspaltenden) Monos sowie Epis in $\boldsymbol{set}$ und in $\boldsymbol{rel}$.

Aufgabe 3 [12 Punkte]

Zeigen Sie: Rechtsadjungierte sind nur bis auf natürliche Isomorphie bestimmt: Hat ein Funktor $\mathscr{C} \xrightarrow{F} \mathscr{D}$ zwei rechtsadjungierte $\mathscr{D} \xrightarrow{G,\, H} \mathscr{C}$, so existiert eine natürliche Transformation $G \xRightarrow{\varphi} H$, die komponentenweise aus Isomorphismen besteht. Gilt umgekehrt $F \dashv G$ und ist $G \xRightarrow{\varphi} H$ ein natürlicher Isomprhismus, so folgt auch $F \dashv H$.

Abgabe: Donnerstag, 2018-11-15, 13:15