



Algebraische Automatentheorie

Blatt 5, 2018-11-22

Aufgabe 1 [12 PUNKTE]

Zeigen Sie, dass eine Kategorie, die Limiten oder Co-Limiten von Diagrammen unbeschränkter Größe hat, bereits ein vollständiger Verband ist.

Aufgabe 2 [12 PUNKTE]

Zeigen Sie die Äquivalenz der folgenden Bedingungen für eine Kategorie \mathcal{C} :

- (a) \mathcal{C} hat alle endlichen Limiten;
- (b) \mathcal{C} hat alle endlichen Produkte und alle Egalisatoren;
- (c) \mathcal{C} hat alle Pullbacks und ein terminales Objekt.

Aufgabe 3 [12 PUNKTE]

- Zeigen Sie, dass in *mon* alle Limiten wie folgt konstruiert werden können: man bildet den entsprechenden Limes der Trägermengen, und versieht diese mit einer eindeutig bestimmten Monoid-Struktur.
- Konstruieren Sie explizit den Pushout zweier Monoid-Homomorphismen $C \xleftarrow{g} A \xrightarrow{f} B$. Was können Sie über dessen Größe aussagen, falls B und C endlich sind?