

### 3. Intraprozedurale Datenflussanalyse

Ziel: Datenflussanalyse für rekursive Programme

Problem: Berücksichtigung der Call-Rück-Beziehung bei Prozeduraufrufen

Idee: Berechne JOVP-Lösung (join-over-all-valid-paths)  
↳ Return zum richtigen Call-Block.

Zwei Techniken:

Procedure-Summarization (punktweise Analyse)

Berechne den Effekt  $f_p: D \rightarrow D$  einer Prozedur  $p$

Call-Strings

Führe den Stack (eine Instanz von  $V$ ) als Datenflussinformation mit.

### 3.1 Rekursive Programme:

Definition (Rekursives Programm):

Ein rekursives Programm ist definiert als

Folge von Prozeduren:

$$\text{prog} ::= \text{proc } [\text{main}()]^{\text{entry}} \text{ begin } c \text{ [end]}^{\text{exit}}$$
$$| \text{ prog}; \text{ proc } [p()]^{\text{entry}} \text{ begin } c \text{ [end]}^{\text{exit}}$$

$c ::=$  wie bisher

$| [p()]^{\text{call}} \text{ return}$

↳ Es wird angenommen, dass alle Prozeduren verschieden heißen  
↳ Entry- und Exit-Blöcke garantieren, dass es genau einen Anfangs- und Endblock gibt.

↳ Blöcke  $[p()]^{\text{call}} \text{ return}$  haben zwei Labels.

Lokale und globale Variablen

↳ Prozeduren nutzen lokale Variablen

↳ Die Variablen in `main()` sind global,  
d.h. auch innerhalb der Prozeduren sichtbar.

↳ Mit globalen Variablen lassen sich  
Parameter von Prozeduren und  
Rückgabewerte nachbilden.

Auch rekursive Programme werden als Kontrollflussgraphen  
dargestellt:

↳ Gegeben eine Prozedur  $p$  in `prog`, sei

$$G_p := (B_p, E_p, F_p)$$

der Kontrollflussgraph, der wie bisher konstruiert wird.

↳ Der Kontrollflussgraph von `prog` ist

$$G_{prog} := (\biguplus_{p \in prog} B_p, \biguplus_{p \in prog} E_p, \biguplus_{p \in prog} F_p, IF)$$

Dabei ist der interprozedurale Flow definiert als

$IF := \{ (call, entry, exit, return) \mid \text{eine Prozedur von } prog$   
 $\text{enthält } [p()]^{call} \text{ mit}$

$\text{proc } [p()]^{entry} \text{ begin } \in [end]^{exit} \}$

Beispiel:

Warum wird  $IF$   
als 4-Tupel gehalten?

`proc [main()]1 begin`

`if [(*)]2 then`

`[p()]3`

`else`

`[p()]5`

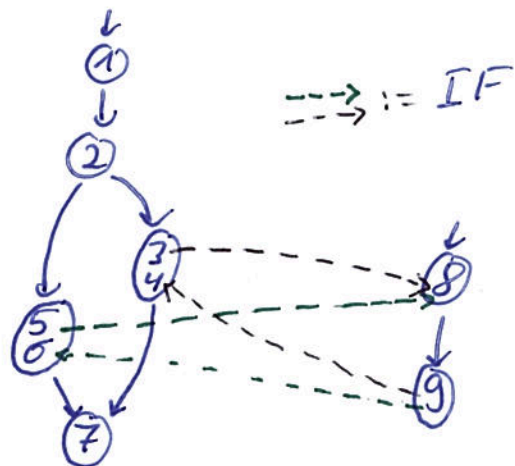
`endif`

`[end]7`

`proc [p()]8 begin`

`[end]9`

Kontrollflussgraph



Nicht alle Pfade durch den Kontrollflussgraphen entsprechen auch gültigen Ausführungen des rekursiven Programms:

- ↳ 1 2 3 8 9 4 ist ein gültiger Pfad
- ↳ 1 2 3 8 9 6 ist kein gültiger Pfad
- ↳ Ähnlich ungültige Pfade treten bei Rücksprünge aus geschickelten Rekursionen auf:



Definition (Gültige Pfade):

Sei  $G = (B, E, F, IF)$  ein Kontrollflussgraph.

Dann ist die Menge der gültigen Pfade von  $l_1$  zu  $l_2$ , validpaths( $l_1, l_2$ ), definiert durch die kontextfreie Grammatik

$( \underbrace{\{ N_{l, l'} \mid l, l' \in B \}}_{\text{nicht-Terminals}}, \underbrace{\{ l \}}_{\text{Terminals}}, P, \underbrace{N_{l_1, l_2}}_{\text{Startsymbol}} )$

mit Produktionen

$$N_{l, l} \rightarrow l$$

$$N_{l, l''} \rightarrow l \cdot N_{l', l''} \quad \text{mit } (l, l') \in F$$

$$N_{\text{call}, l} \rightarrow \text{call} \cdot \text{entry} \cdot \text{exit} \cdot \text{return} \cdot l \quad \text{mit } (\text{call}, \text{entry}, \text{exit}, \text{return}) \in IF.$$

Wir schreiben

$$\text{validpaths}^-(l_1, l_2) := \bigcup_{(l, l_2) \in F} \text{validpaths}(l_1, l)$$

für die gültigen Pfade von  $l_1$  bis zu (und ohne)  $l_2$ .

## Definition (JOVP-Lösung)

Sei  $S = (G, (D, \leq), c, f)$  ein (rekursives) Datenflusssystem.

Die join-over-all-valid-paths (JOVP)-Lösung ist

$$\text{JOVP}(S) := (X_1^{\text{JOVP}}, \dots, X_{|B|}^{\text{JOVP}}) \in D^{|B|}$$

mit

$$X_b^{\text{JOVP}} := \bigwedge \{ f_{\pi}(i) \mid \pi \in \text{validpaths}(\text{entry}(\text{main}), b) \}$$

Korollar:

(1)  $\text{JOVP}(S) \leq \text{JOP}(S)$

hier werden alle Pfade betrachtet,  
Call-Return-Beziehungen werden  
nicht berücksichtigt.

(2)  $\text{JOVP}(S)$  ist nicht berechenbar,  
da die intraprozedurale Analyse  
ein Spezialfall ist.

## 3.2 Der funktionale Ansatz:

Ziel: Fixpunktbeurteilung, die ungütige Pfade vermeidet.

Idee: • Berechne Transferverhalten von Prozeduren

(Procedur-Summary)

• Vermeide dann Analyse innerhalb von Prozedurräumen

Generier: • Jede gewöhnliche Block  $b$  (z.B.  $b = [x := a]^e$ )  
hat eine Transferfunktion

$$f_b : D \rightarrow D,$$

die die Datenflussinformation ändert.

• Angenommen für Prozedur  $p$  hätten wir  
eine Transferfunktion

$$f_p : D \rightarrow D,$$

die das Verhalten von  $p$  zusammenfasst.

• Dann ließe sich ein Block

$$b = [p()]^{\text{call}}_{\text{return}}$$

durch die Transferfunktion

$$f_b(X) = \text{return}(X, f_p(f_{\text{call}}(X)))$$

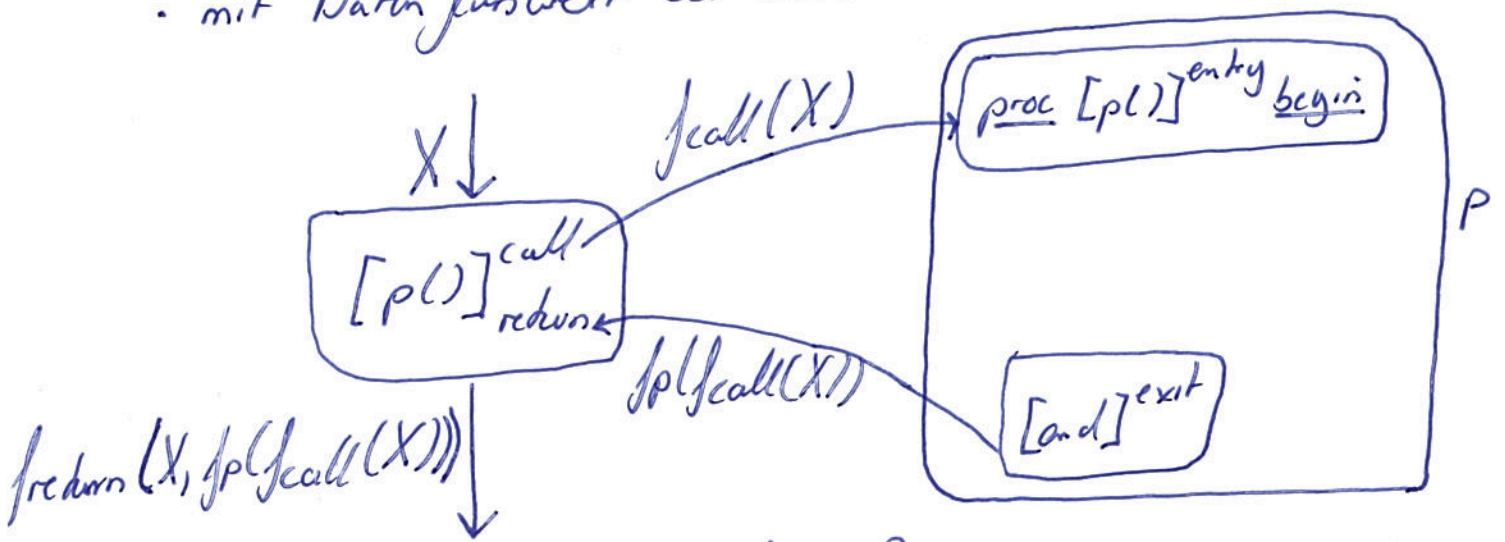
darstellen.

$f_{\text{call}}: D \rightarrow D$ : (Gegeben als Teil des Datenflusssystems)

- initialisiere Datenflusswert bei Eintritt in die Prozedur,
- abhängig vom aktuellen Datenflusswert.

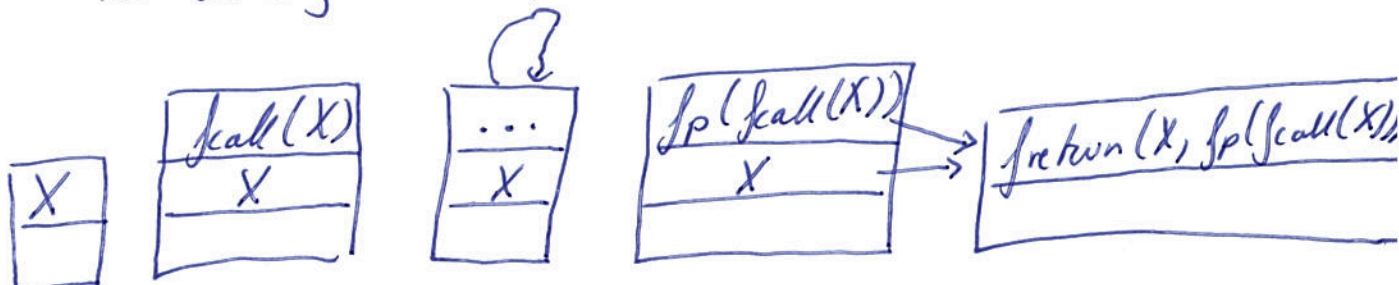
$f_{\text{return}}: D \times D \rightarrow D$  (Gegeben als Teil des Datenflusssystems)

- Kombiniere Datenflusswert am Ende der Prozedur (2. Parameter)
- mit Datenflusswert bei Prozedureintritt.



Warum ist X Parameter von  $f_{\text{return}}$ ?

- ↳ Call buchtet neuen Aktivations-Record (Top-of-Stack)
- ↳ Übliche Operationen ändern nur den Top-of-Stack
- ↳ Return kombiniert aktuellen Top-of-Stack mit vorherigem Top-of-Stack;



Problem:  $f_p$  ist nicht vor der Analyse bekannt.

• Bestimme  $f_p$  so, dass

$$f_p \geq f_{\pi} \quad \text{für alle } \pi \in \text{validpaths}(\text{entry}(p), \text{exit}(p))$$

Satz: Fixpunktbeziehung auf dem vollständigen Verband der monotonen Funktionen in  $D \rightarrow D$ :

$$(\text{MonFun}(D \rightarrow D), \leq)$$

mit

$$\text{MonFun}(D \rightarrow D) := \{f, D \rightarrow D \mid f \text{ ist monoton}\}$$

$$f \leq g, \text{ falls } f(d) \leq g(d) \text{ für alle } d \in D.$$

Definition (Summary-Gleichungssystem):

Sei  $S = (G, (D, \leq), c, f)$  ein rekursives Datenflusssystem.

Dann induziert  $S$  das Summary-Gleichungssystem.

$$Y_{\text{entry}} = \text{id}$$

$$Y_b = \text{Ll} \{ f_{b'} \circ Y_{b'} \mid (b', b) \in F \}$$

mit

$$f_b := \text{callret}(Y_q), \text{ falls } b = [q()]_{\text{return}}^{\text{call}}$$

$$f_b := \text{wie in } f \text{ angegeben, sonst.}$$

Dabei ist

$$\text{callret}(Y_q): D \rightarrow D \text{ mit}$$

$$\text{callret}(Y_q)(d) = f_{\text{return}}(d, Y_q(f_{\text{call}}(d)))$$

$$Y_p = f_{\text{exit}} \circ Y_{\text{exit}}$$

Man könnte eine Variable  $Y_b$  auch mit  $Y_{\text{entry}, b}$  bezeichnen, um anzudeuten, dass sie den Effekt der Prozedur von entry bis zu b fasst.

### Satz:

Sei  $y_1, \dots, y_{|B|}$  die kleinste Lösung des Summen-Gleichungssystems

(a) Sei  $b$  ein Block des Prozeds  $p$ .

Dann gilt

$$y_b \geq f_{\pi} \text{ für alle } \pi \in \text{validpaths}(\text{entry}(p), b).$$

(b)  $y_p \geq f_{\pi}$  für alle  $\pi \in \text{validpaths}(\text{entry}(p), \text{exit}(p))$ .

### Problem:

Monotone Funktionen in  $D \rightarrow D$  müssen effizient dargestellt werden.

↳ Falls  $D$  endlich, nutze Wahrheitstabelle

↳ Falls  $D$  unendlich, problematisch.