Nelson-Oppen Methode

Jonathan R. J. Kolberg

28. November 2014

Übersicht

1. Nelson-Oppen Methode
   - Variablenabstraktion
   - Raten und Prüfen
2. Nelson-Oppen Kriterien
3. Korrektheit & Vollständigkeit der Nelson-Oppen Methode
4. Verbesserung der Nelson-Oppen Methode

Welches Problem löst die Nelson-Oppen Methode?

Gegeben

- Quantorenfreie konjunktive $(\cup_{i=0}^{n} \Sigma_i)$-Formel F
- Theorien $\mathcal{T}_i$ mit Entscheidungsprozeduren P_i und Signaturen Σ_i
- die Theorien erfüllen die Nelson-Oppen Bedingungen (später)

Frage

Ist F in der kombinierten Theorie von $\mathcal{T}_1, \dots, \mathcal{T}_n$ erfüllbar?

Idee der Nelson-Oppen Methode

Vereinfachung

Statt beliebiger Anzahl nur 2 Theorien kombinieren

Nelson-Oppen Methode

1. Teile die Formel in zwei Formeln über den jeweiligen Theorie-Signaturen
2. Stelle die Relation zwischen den Formeln her und prüfe, ob die Formeln erfüllbar sind

Idee der Nelson-Oppen Methode

Nelson-Oppen Methode

1. Teile die Formel in zwei Formeln über den jeweiligen Theorie-Signaturen
2. Stelle die Relation zwischen den Formeln her und prüfe, ob die Formeln erfüllbar sind

Idee der Variablenabstraktion

Idee der Variablenabstraktion

Teilt Formel F in zwei Formeln F_1 und F_2, je eine über eine der beiden Theorien

Ansatz

- Ausdrücke über mehrere Signaturen durch frische Variable ersetzen
- Gleichheit der frischen Variablen und des Ausdrucks fordern
- Aufteilen in die zwei Formeln

Formale Grundlage der Variablenabstraktion

gs(A) gibt an zu welcher Signatur das Prädikat, bzw. die Funktion gehört. Folgende Backus-Naur-Form gibt an was ein Ausdruck ist

$$
\begin{aligned}
e &::= p(t_1, \ldots, t_n) \mid f(t_1, \ldots, t_m) \mid t_1 = t_2, \quad && p/_k \in Pred, f/_m \in Func \\
t &::= x \mid f(t_1, \ldots, t_k), && x \in V, f/_k \in Func
\end{aligned}
$$

Ein *Teilausdruck* von e ist ein t_i, oder ein Teilterm dieser, aber keine Variable.

Problematischer Ausdruck

Problematischer Ausdruck

- Ist Ausdruck
- Enthält Teilausdruck über andere Signatur

Beispiel

Problematischen Ausdrücke der $(\Sigma_E \cup \Sigma_{\mathbb{Z}})$-Formel $F :\equiv f(1) \neq f(x)$.
1 ist der einzige problematische Ausdruck, da $\text{gs}(1) = \mathbb{Z}$ und $\text{gs}(f(1)) = E$

Variablenabstraktion

Reduktion der Anzahl der problematischen Ausdrücke (φ)

1. Ersetze einen problematischen Ausdruck e_p durch eine frische Variable x_f
2. füge an die Formel $\wedge\, x_f = e_p$ an

Variablenabstraktion

1. Berechne den Fixpunkt von φ auf der Formel
2. Teile die Formel in zwei auf, sodass die neuen Formeln über eine Signatur gehen

Beispiel zur Variablenabstraktion

Beispiel

Betrachte $(\Sigma_E \cup \Sigma_{\mathbb{Z}})$-Formel.

$$F :\equiv 1 \leq x \land x \leq 2 \land f(1) \neq f(x) \land f(x) \neq f(2)$$

Beispiel zur Variablenabstraktion

Beispiel

Betrachte $(\Sigma_E \cup \Sigma_{\mathbb{Z}})$-Formel.

$$F :\equiv 1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge f(1) \neq f(x) \wedge f(x) \neq f(2)$$
$$\varphi(F) \equiv 1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge f(y_1) \neq f(x) \wedge f(x) \neq f(2) \wedge y_1 = 1$$

Beispiel zur Variablenabstraktion

Beispiel

Betrachte $(\Sigma_E \cup \Sigma_{\mathbb{Z}})$-Formel.

$$F :\equiv 1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge f(1) \neq f(x) \wedge f(x) \neq f(2)$$
$$\varphi(F) \equiv 1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge f(y_1) \neq f(x) \wedge f(x) \neq f(2) \wedge y_1 = 1$$
$$\varphi^2(F) \equiv 1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge f(y_1) \neq f(x) \wedge f(x) \neq f(y_2) \wedge y_1 = 1 \wedge y_2 = 2$$

Beispiel zur Variablenabstraktion

Beispiel

Betrachte $(\Sigma_E \cup \Sigma_{\mathbb{Z}})$-Formel.

$$
\begin{aligned}
F :\equiv\, & 1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge f(1) \neq f(x) \wedge f(x) \neq f(2) \\
\varphi(F) \equiv\, & 1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge f(y_1) \neq f(x) \wedge f(x) \neq f(2) \wedge y_1 = 1 \\
\varphi^2(F) \equiv\, & 1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge f(y_1) \neq f(x) \wedge f(x) \neq f(y_2) \wedge y_1 = 1 \wedge y_2 = 2 \\
\varphi^3(F) \equiv\, & \varphi^2(F)
\end{aligned}
$$

Beispiel zur Variablenabstraktion

Beispiel

Betrachte $(\Sigma_E \cup \Sigma_{\mathbb{Z}})$-Formel.

$$
\begin{aligned}
F &:\equiv 1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge f(1) \neq f(x) \wedge f(x) \neq f(2) \\
\varphi(F) &\equiv 1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge f(y_1) \neq f(x) \wedge f(x) \neq f(2) \wedge y_1 = 1 \\
\varphi^2(F) &\equiv 1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge f(y_1) \neq f(x) \wedge f(x) \neq f(y_2) \wedge y_1 = 1 \wedge y_2 = 2 \\
\varphi^3(F) &\equiv \varphi^2(F)
\end{aligned}
$$

Folglich werden folgende Formeln konstruiert

$$
\begin{aligned}
F_{\mathbb{Z}} &:\equiv 1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge y_1 = 1 \wedge y_2 = 2 \\
F_E &:\equiv f(y_1) \neq f(x) \wedge f(x) \neq f(y_2)
\end{aligned}
$$

Beispiel zur Variablenabstraktion

Beispiel

Betrachte $(\Sigma_E \cup \Sigma_{\mathbb{Z}})$-Formel.

$$
\begin{aligned}
F &:\equiv 1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge f(1) \neq f(x) \wedge f(x) \neq f(2) \\
\varphi(F) &\equiv 1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge f(y_1) \neq f(x) \wedge f(x) \neq f(2) \wedge y_1 = 1 \\
\varphi^2(F) &\equiv 1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge f(y_1) \neq f(x) \wedge f(x) \neq f(y_2) \wedge y_1 = 1 \wedge y_2 = 2 \\
\varphi^3(F) &\equiv \varphi^2(F)
\end{aligned}
$$

Folglich werden folgende Formeln konstruiert

$$
\begin{aligned}
F_{\mathbb{Z}} &:\equiv 1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge y_1 = 1 \wedge y_2 = 2 \\
F_E &:\equiv f(y_1) \neq f(x) \wedge f(x) \neq f(y_2)
\end{aligned}
$$

F_E und $F_{\mathbb{Z}}$ teilen die Variablen x, y_1 und y_2. $F_E \wedge F_{\mathbb{Z}}$ ist $(\mathcal{T}_E \cup \mathcal{T}_{\mathbb{Z}})$-erfüllbarkeitsäquivalent zu F.

Idee der Nelson-Oppen Methode

Nelson-Oppen Methode

1. Teile die Formel in zwei Formeln über den jeweiligen Theorie-Signaturen
2. Stelle die Relation zwischen den Formeln her und prüfe, ob die Formeln erfüllbar sind

Idee des Raten und Prüfens

Idee des Raten und Prüfens

Stellt Relation der zwei Formeln F_1 und F_2 über Signatur Σ_1, bzw. Σ_2 her

Ansatz

- Rate Relation der geteilten Variablen
- Prüfe, ob F_1, bzw. F_2 mit der Relation erfüllbar sind

Raten und Prüfen

Definition (Anordnung)

Sei $V := \text{shared}(F_1, F_2) := \text{free}(F_1) \cap \text{free}(F_2)$.
Sei E eine Äquivalenzrelation über V.
Die *Anordnung* $\text{arr}(V, E)$ von V induziert von E ist die Formel

$$\text{arr}(V, E) := \bigwedge_{u,v \in V : uEv} u = v \wedge \bigwedge_{u,v \in V : \neg(uEv)} u \neq v$$

Raten und Prüfen - Algorithmus

Rate nichtdeterministisch eine Äquivalenzrelation E über $V := \text{shared}(F_1, F_2)$.

- $F_1 \wedge \text{arr}(V, E)$ ist $\mathcal{T}_1$-erfüllbar, und
- $F_2 \wedge \text{arr}(V, E)$ ist $\mathcal{T}_2$-erfüllbar

Wenn beide Bedingungen erfüllt sind, ist $F_1 \wedge F_2$ $(\mathcal{T}_1 \cup \mathcal{T}_2)$-erfüllbar. Sonst nicht.

Beispiel zu Raten und Prüfen

Beispiel

$$F :\equiv 1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge f(1) \neq f(x) \wedge f(x) \neq f(2)$$

Beispiel zu Raten und Prüfen

Beispiel

$$F :\equiv 1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge f(1) \neq f(x) \wedge f(x) \neq f(2)$$

Phase 1 teilt diese in die Σ_E-Formel und die $\Sigma_{\mathbb{Z}}$-Formel.

$$F_{\mathbb{Z}} \equiv 1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge y_1 = 1 \wedge y_2 = 2$$
$$F_E \equiv f(y_1) \neq f(x) \wedge f(x) \neq f(y_2)$$

Beispiel zu Raten und Prüfen

Beispiel

$$F :\equiv 1 \leq x \land x \leq 2 \land f(1) \neq f(x) \land f(x) \neq f(2)$$

Phase 1 teilt diese in die Σ_E-Formel und die $\Sigma_{\mathbb{Z}}$-Formel.

$$F_{\mathbb{Z}} \equiv 1 \leq x \land x \leq 2 \land y_1 = 1 \land y_2 = 2$$
$$F_E \equiv f(y_1) \neq f(x) \land f(x) \neq f(y_2)$$

Es gibt fünf Äquivalenzrelation, aber die übrigen sind analog zu Folgenden

1. $\{\{x, y_1, y_2\}\}$, d.h., $x = y_1 = y_2$: $F_E \land \text{arr}(V, E)$ ist $\mathcal{T}_E$-unerfüllbar, weil es nicht sein kann, das sowohl $x = y_1$ als auch $f(x) \neq f(y_1)$ gilt

Beispiel zu Raten und Prüfen

Beispiel

$$F :\equiv 1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge f(1) \neq f(x) \wedge f(x) \neq f(2)$$

Phase 1 teilt diese in die Σ_E-Formel und die $\Sigma_{\mathbb{Z}}$-Formel.

$$F_{\mathbb{Z}} \equiv 1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge y_1 = 1 \wedge y_2 = 2$$
$$F_E \equiv f(y_1) \neq f(x) \wedge f(x) \neq f(y_2)$$

Es gibt fünf Äquivalenzrelation, aber die übrigen sind analog zu Folgenden

1. $\{\{x, y_1, y_2\}\}$, d.h., $x = y_1 = y_2$: $F_E \wedge \text{arr}(V, E)$ ist $\mathcal{T}_E$-unerfüllbar, weil es nicht sein kann, das sowohl $x = y_1$ als auch $f(x) \neq f(y_1)$ gilt
2. $\{\{x\}, \{y_1, y_2\}\}$, d.h., $x \neq y_1, y_1 = y_2$: $F_{\mathbb{Z}} \wedge \text{arr}(V, E)$ ist $\mathcal{T}_{\mathbb{Z}}$-unerfüllbar, weil es nicht sein kann, das sowohl $y_1 = y_2$ als auch $y_1 = 1 \wedge y_2 = 2$ gilt

Übersicht

1. Nelson-Oppen Methode
   - Variablenabstraktion
   - Raten und Prüfen
2. Nelson-Oppen Kriterien
3. Korrektheit & Vollständigkeit der Nelson-Oppen Methode
4. Verbesserung der Nelson-Oppen Methode

Nelson-Oppen Kriterien

Gründe der Nelson-Oppen Kriterien

- Benötigt für den Beweis der Korrektheit
- Um für jedes Prädikat, bzw. jede Funktion entscheiden zu können, zu welcher Signatur es gehört

Nelson-Oppen Kriterien

Die (first-order) Theorien $\mathcal{T}_1, \ldots, \mathcal{T}_n$ mit Signaturen $\Sigma_1, \ldots, \Sigma_n$ erfüllen die Nelson-Oppen Kriterien wenn

1. $\bigcap\limits_{i=1}^{n} \Sigma_i = \emptyset$
2. T_i besitzt eine Entscheidungsprozedur P_i
3. die $\mathcal{T}_i$s sind stably infinite

Stably Infinite

Wenn Formel $\mathcal{T}$-erfüllbar ist, gibt es ein unendliches $\mathcal{T}$-Model.

Warum braucht man die Nelson-Oppen Kriterien?

Warum stably infinite wird am folgenden Beispiel klar.

Beispiel

Betrachte die Theory $\mathcal{T}_1$, die nur Modelle mit Kardinalität von höchstens 2 hat, und eine signaturdisjunkte Theory $\mathcal{T}_2$, die Modelle jeglicher Kardinalitäten hat. Sei f ein Funktion auf $\mathcal{T}_1$ und g ein Funktion auf $\mathcal{T}_2$ und keiner sei eine Konstante. Sei $\mathcal{T}$ die Vereinigung von $\mathcal{T}_1$ und $\mathcal{T}_2$.

$$F :\equiv f(x) \neq f(y) \wedge g(x) \neq g(z) \wedge g(y) \neq g(z)$$

Warum braucht man die Nelson-Oppen Kriterien?

Warum stably infinite wird am folgenden Beispiel klar.

Beispiel

Betrachte die Theory $\mathcal{T}_1$, die nur Modelle mit Kardinalität von höchstens 2 hat, und eine signaturdisjunkte Theory $\mathcal{T}_2$, die Modelle jeglicher Kardinalitäten hat. Sei f ein Funktion auf $\mathcal{T}_1$ und g ein Funktion auf $\mathcal{T}_2$ und keiner sei eine Konstante. Sei $\mathcal{T}$ die Vereinigung von $\mathcal{T}_1$ und $\mathcal{T}_2$.

$$F :\equiv f(x) \neq f(y) \wedge g(x) \neq g(z) \wedge g(y) \neq g(z)$$

Die Nelson-Oppen Methode berechnet, das F erfüllbar ist, aber

$$\mathcal{T} \vDash F \rightarrow (x \neq y \wedge x \neq z \wedge y \neq z)$$

Warum braucht man die Nelson-Oppen Kriterien?

Warum stably infinite wird am folgenden Beispiel klar.

Beispiel

Betrachte die Theory $\mathcal{T}_1$, die nur Modelle mit Kardinalität von höchstens 2 hat, und eine signaturdisjunkte Theory $\mathcal{T}_2$, die Modelle jeglicher Kardinalitäten hat. Sei f ein Funktion auf $\mathcal{T}_1$ und g ein Funktion auf $\mathcal{T}_2$ und keiner sei eine Konstante. Sei $\mathcal{T}$ die Vereinigung von $\mathcal{T}_1$ und $\mathcal{T}_2$.

$$F :\equiv f(x) \neq f(y) \wedge g(x) \neq g(z) \wedge g(y) \neq g(z)$$

Die Nelson-Oppen Methode berechnet, das F erfüllbar ist, aber

$$\mathcal{T} \vDash F \rightarrow (x \neq y \wedge x \neq z \wedge y \neq z)$$

was nichts anderes heißt, als dass Modele von F mindestens drei Datenelemente haben, aber $\mathcal{T}$, wie $\mathcal{T}_1$, nur Modelle mit Kardinalität kleiner 3 hat und somit unerfüllbar ist.

Übersicht

Korrektheit der Nelson-Oppen Methode

Satz (Korrektheit und Vollständigkeit der Nelson-Oppen Methode)

Seien $\mathcal{T}_1$ und $\mathcal{T}_2$ Theorien, die die Nelson-Oppen Kriterien erfüllen. Für die konjunktive quantorenfreie Σ_1-Formel F_1, bzw. Σ_2-Formel F_2, existiert eine Anordnung $K = \mathrm{arr}(\mathrm{shared}(F_1, F_2), E)$, so dass $F_1 \wedge K$ $\mathcal{T}_1$-erfüllbar ist und $F_2 \wedge K$ $\mathcal{T}_2$-erfüllbar ist, genau dann wenn $F_1 \wedge F_2$ $(\mathcal{T}_1 \cup \mathcal{T}_2)$-erfüllbar ist.

Beweis (Vollständigkeit).

Sei $F_1 \wedge F_2$ $(\mathcal{T}_1 \cup \mathcal{T}_2)$-erfüllbar und I das $(\mathcal{T}_1 \cup \mathcal{T}_2)$-Model.

□

Korrektheit der Nelson-Oppen Methode

Satz (Korrektheit und Vollständigkeit der Nelson-Oppen Methode)

Seien $\mathcal{T}_1$ und $\mathcal{T}_2$ Theorien, die die Nelson-Oppen Kriterien erfüllen. Für die konjunktive quantorenfreie Σ_1-Formel F_1, bzw. Σ_2-Formel F_2, existiert eine Anordnung $K = \mathrm{arr}(\mathrm{shared}(F_1, F_2), E)$, so dass $F_1 \wedge K$ $\mathcal{T}_1$-erfüllbar ist und $F_2 \wedge K$ $\mathcal{T}_2$-erfüllbar ist, genau dann wenn $F_1 \wedge F_2$ $(\mathcal{T}_1 \cup \mathcal{T}_2)$-erfüllbar ist.

Beweis (Vollständigkeit).

Sei $F_1 \wedge F_2$ $(\mathcal{T}_1 \cup \mathcal{T}_2)$-erfüllbar und I das $(\mathcal{T}_1 \cup \mathcal{T}_2)$-Model.
Extrahiere die Äquivalenzrelation E aus I, so dass die Anordnung K von I erfüllt wird.

$\square$

Korrektheit der Nelson-Oppen Methode

Satz (Korrektheit und Vollständigkeit der Nelson-Oppen Methode)

Seien $\mathcal{T}_1$ und $\mathcal{T}_2$ Theorien, die die Nelson-Oppen Kriterien erfüllen.
Für die konjunktive quantorenfreie Σ_1-Formel F_1, bzw. Σ_2-Formel F_2, existiert eine Anordnung $K = \mathrm{arr}(\mathrm{shared}(F_1, F_2), E)$, so dass $F_1 \wedge K$ $\mathcal{T}_1$-erfüllbar ist und $F_2 \wedge K$ $\mathcal{T}_2$-erfüllbar ist, genau dann wenn $F_1 \wedge F_2$ $(\mathcal{T}_1 \cup \mathcal{T}_2)$-erfüllbar ist.

Beweis (Vollständigkeit).

Sei $F_1 \wedge F_2$ $(\mathcal{T}_1 \cup \mathcal{T}_2)$-erfüllbar und I das $(\mathcal{T}_1 \cup \mathcal{T}_2)$-Model.
Extrahiere die Äquivalenzrelation E aus I, so dass die Anordnung K von I erfüllt wird.
Dann ist I sowohl Model für $F_1 \wedge K$ als auch für $F_2 \wedge K$, da es sowohl als $\mathcal{T}_1$-Interpretation als auch als $\mathcal{T}_2$-Interpretation gesehen werden kann.
Folglich sind beide $\mathcal{T}_1$- bzw. $\mathcal{T}_2$-erfüllbar. $\square$

Vollständigkeit der Nelson-Oppen Methode

Beweisskizze (Korrektheit).

Sei $K = \text{arr}(\text{shared}(F_1, F_2, E))$ eine Anordnung, so dass $F_1 \wedge K$ und $F_2 \wedge K$ $\mathcal{T}_1$-erfüllbar und $\mathcal{T}_2$-erfüllbar sind.

$\square$

Vollständigkeit der Nelson-Oppen Methode

Beweisskizze (Korrektheit).

Sei $K = \text{arr}(\text{shared}(F_1, F_2, E))$ eine Anordnung, so dass $F_1 \wedge K$ und $F_2 \wedge K$ $\mathcal{T}_1$-erfüllbar und $\mathcal{T}_2$-erfüllbar sind. Angenommen $F_1 \wedge F_2$ sei $(\mathcal{T}_1 \cup \mathcal{T}_2)$-unerfüllbar.

□

Vollständigkeit der Nelson-Oppen Methode

Beweisskizze (Korrektheit).

Sei $K = \text{arr}(\text{shared}(F_1, F_2, E))$ eine Anordnung, so dass $F_1 \wedge K$ und $F_2 \wedge K$ $\mathcal{T}_1$-erfüllbar und $\mathcal{T}_2$-erfüllbar sind. Angenommen $F_1 \wedge F_2$ sei $(\mathcal{T}_1 \cup \mathcal{T}_2)$-unerfüllbar.
Weil $F_1 \wedge F_2$ $(\mathcal{T}_1 \cup \mathcal{T}_2)$-unerfüllbar ist, wissen wir, das F_1 $\neg F_2$ in $\mathcal{T}_1 \cup \mathcal{T}_2$ impliziert.

$\square$

Vollständigkeit der Nelson-Oppen Methode

Beweisskizze (Korrektheit).

Sei $K = \text{arr}(\text{shared}(F_1, F_2, E))$ eine Anordnung, so dass $F_1 \wedge K$ und $F_2 \wedge K$ $\mathcal{T}_1$-erfüllbar und $\mathcal{T}_2$-erfüllbar sind. Angenommen $F_1 \wedge F_2$ sei $(\mathcal{T}_1 \cup \mathcal{T}_2)$-unerfüllbar.
Weil $F_1 \wedge F_2$ $(\mathcal{T}_1 \cup \mathcal{T}_2)$-unerfüllbar ist, wissen wir, das F_1 $\neg F_2$ in $\mathcal{T}_1 \cup \mathcal{T}_2$ impliziert.
Craig Interpretations Lemma sagt uns, das es eine quantorenfreie Formel H gibt, so dass F_1 impliziert H über alle unendlichen $\mathcal{T}_1$-Interpretationen und F_2 impliziert $\neg H$ über alle unendlichen $\mathcal{T}_2$-Interpretationen.

□

Vollständigkeit der Nelson-Oppen Methode

Beweisskizze (Korrektheit).

Sei $K = \text{arr}(\text{shared}(F_1, F_2, E))$ eine Anordnung, so dass $F_1 \wedge K$ und $F_2 \wedge K$ $\mathcal{T}_1$-erfüllbar und $\mathcal{T}_2$-erfüllbar sind. Angenommen $F_1 \wedge F_2$ sei $(\mathcal{T}_1 \cup \mathcal{T}_2)$-unerfüllbar.
Weil $F_1 \wedge F_2$ $(\mathcal{T}_1 \cup \mathcal{T}_2)$-unerfüllbar ist, wissen wir, das F_1 $\neg F_2$ in $\mathcal{T}_1 \cup \mathcal{T}_2$ impliziert.
Craig Interpretations Lemma sagt uns, das es eine quantorenfreie Formel H gibt, so dass F_1 impliziert H über alle unendlichen $\mathcal{T}_1$-Interpretationen und F_2 impliziert $\neg H$ über alle unendlichen $\mathcal{T}_2$-Interpretationen.
Nun folgern wir $K \Rightarrow H$ (nicht trivial), was heißt, das F_2 impliziert $\neg K$ über alle unendlichen $\mathcal{T}_2$-Interpretationen. Somit erfüllt keine unendliche $\mathcal{T}_2$-Interpretation $F_2 \wedge K$. Da $\mathcal{T}_2$ stably infinite ist kann dies aber nicht sein, da wenn $F_2 \wedge K$ $\mathcal{T}_2$-erfüllbar ist es auch eine unendliches Model gibt, ein Widerspruch. $\square$

Übersicht

Equality Propagation

Beobachtung

Die Anzahl der möglichen Äquivalenzrelation ist mindestens exponentiell

Idee zur Suchraum-Verkleinerung

- Theorien finden neue Gleichheiten
- Propagiere diese zu der anderen Theorie