SS 2012 30.5.2012

Übungen zur Vorlesung Logik
Blatt 4

Jun.-Prof. Dr. Roland Meyer Abgabe bis 12.6.2012 12:00 Uhr

Aufgabe 4.1 [Resolutionskalkül]

a) Seien K_1, K_2 Klauseln und I ein Literal mit $I \in K_1$ und $\neg I \in K_2$. Zeigen Sie, dass $\{K_1, K_2\} \models \mathrm{Res}_I(K_1, K_2)$.
b) Beweisen Sie die Korrektheit des Resolutionskalküls, d.h. zeigen Sie, dass für Formeln F und Klauseln K mit $F \vdash_{\mathrm{Res}} K$ gilt $F \models K$.
c) Zeigen sie per Resolution, dass $(((p \to q) \wedge (q \to r)) \to \neg(\neg r \wedge p))$ eine Tautologie ist.

Aufgabe 4.2 [Duale Formeln]

a) Berechnen Sie $d(\neg((p \wedge q) \vee (r \wedge \neg s)))$ schrittweise anhand der rekursiven Definition 2.19.
b) Für jede Bewertung φ sei φ' definiert durch $\varphi'(p) = 1 - \varphi(p)$ für alle Variablen p. Zeigen Sie, dass dann für jede Formel A gilt $\varphi'(d(A)) = 1 - \varphi(A)$.
c) Schließen Sie aus b), dass für jede Formel A gilt: A ist eine Tautologie genau dann, wenn $d(A)$ unerfüllbar ist.

Aufgabe 4.3 [Negationsnormalform]
Beweisen Sie mittels struktureller Induktion, dass jede Formel eine äquivalente Formel in Negationsnormalform besitzt. *Hinweis:* Damit die Induktion funktioniert, wählen Sie als Induktionsbehauptung, dass sowohl A als auch $\neg A$ eine Negationsnormalform besitzen.

Aufgabe 4.4 [Tableaux]
Sei Σ eine Formelmenge und p, q atomare Formeln mit $\Sigma \vdash_\tau p$ und $\Sigma \vdash_\tau p \to q$. Beweisen Sie, dass dann auch $\Sigma \vdash_\tau q$.

Abgabe: bis 12.6.2012 12:00 Uhr im Kasten neben Raum 34/401.4