SS 2013 10. Juli 2013

Übungen zur Vorlesung Logik
Blatt 7

Jun.-Prof. Dr. Roland Meyer Abgabe bis 19. Juli 2013, 12:00 Uhr

Aufgabe 7.1 [Prädikatenlogische Tableaux]
Bestimmen Sie mittels Tableaux, ob

a) die Formel $\forall z \exists x \exists y p(x, y, z)$ erfüllbar ist.

b) die Formel $\forall x \forall y\, ((p(x, y) \wedge q(x)) \rightarrow \exists y q(y))$ eine Tautologie ist.

Aufgabe 7.2 [Entscheidbare Theorien]
Es sei T eine rekursiv entscheidbare Theorie. Zeigen Sie, dass es ein rekursiv aufzählbares Axiomensystem gibt, das T erzeugt.

Aufgabe 7.3 [Das System $\mathcal{F}$]
Zeigen Sie:

a) $\forall x[p(x, y)],\ y = z \vdash_{\mathcal{F}} \forall x[p(x, z)]$.

b) $\forall x[p(x) \rightarrow q(x)], \forall x[p(x)] \vdash_{\mathcal{F}} q(f(a))$

Aufgabe 7.4 [Theorie der Gleichheit]
Betrachten Sie eine Signatur S, die nur Funktionssymbole umfasst. Die Theorie der Gleichheit T_{Σ_E} ist durch das folgende Axiomensystem Σ_E definiert:

$$\forall x. x = x \qquad \forall x \forall y. x = y \rightarrow y = x \qquad \forall x \forall y \forall z. x = y \wedge y = z \rightarrow x = z$$
$$\forall x_1 \ldots \forall x_n \forall y_1 \ldots \forall y_n. \bigwedge_{i=1}^{n} x_i = y_i \rightarrow f(x_1, \ldots, x_n) = f(y_1, \ldots, y_n),$$

wobei $f/n \in S$. Entwickeln Sie ein Verfahren, das für eine quantorenfreie und geschlossene Formel A entscheidet, ob $A \in T_{\Sigma_E}$ gilt. Zum Beispiel sollte der Algorithmus folgende Rückgaben liefern:

$$a = b \wedge f(a) = f(g(b)) \rightarrow f(b) = f(g(a)) \in T_{\Sigma_E}$$
$$a = b \wedge \neg(f(a) = f(b)) \notin T_{\Sigma_E}.$$

Abgabe: bis 19. Juli 2013, 12:00 Uhr im Kasten neben Raum 34/401.4