

Übungen zur Vorlesung Logik  
Blatt 4

Prof. Dr. Roland Meyer

Abgabe bis 12. Juni 2015, 12:00 Uhr

**Aufgabe 4.1** [Negationsnormalform, 1 Punkt]

Wir möchten zeigen, dass jede Formel eine logisch äquivalente Formel in Negationsnormalform besitzt.

Zeigen Sie dazu die folgende stärkere Behauptung mittels struktureller Induktion: Für jede Formel  $A \in F$  gilt: Sowohl zu  $A$  als auch zu  $\neg A$  gibt es jeweils eine logisch äquivalente Formel in Negationsnormalform.

**Aufgabe 4.2** [Davis-Putnam-Verfahren, 1 Punkt pro Teilaufgabe]

a) Bestimmen Sie mittels des Davis-Putnam-Verfahrens, ob die folgende Formel erfüllbar ist:

$$\neg p \wedge (\neg t \vee q \vee p) \wedge (\neg s \vee \neg q) \wedge (s \vee \neg q \vee t) \wedge (r \vee \neg p) \wedge \neg r \wedge (\neg s \vee \neg q \vee s)$$

- b) Warum ist es notwendig, dass die bearbeitete Formel im Davis-Putnam-Verfahren in Negationsnormalform ist? (D.h.: An welcher Stelle gibt das Verfahren sonst falsche Antworten?)
- c) Sei  $F = \{K_1, \dots, K_n\}$  eine Formel in KNF in Mengenschreibweise. Außerdem sei  $K_i \subseteq K_j$ . Zeigen Sie, dass dann  $F \models F'$ , worin  $F' = F \setminus \{K_j\}$ . (Damit haben Sie die Korrektheit der Subsumptionsregel bewiesen.)

**Aufgabe 4.3** [Resolutionskalkül, 1 Punkt pro Teilaufgabe]

a) Zeigen Sie per Resolution, dass

$$(((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow \neg(\neg r \wedge p))$$

eine Tautologie ist.

*Hinweis:* Der Resolutionskalkül kann nur auf Formeln in KNF angewandt werden.

- b) Seien  $K_1, K_2$  Klauseln und  $l$  ein Literal mit  $l \in K_1$  und  $\neg l \in K_2$ . Außerdem sei  $R$  die Resolvente von  $K_1$  und  $K_2$  nach  $l$ . Zeigen Sie, dass  $\{K_1, K_2\} \models R$ .

**Aufgabe 4.4** [Resolutionskalkül II, 1 Punkt]

Zeigen Sie anhand eines Beispiels, dass der Resolutionskalkül nicht vollständig ist. Das heisst, geben Sie eine Formel  $A$  in KNF und eine Klausel  $K$  an, so dass  $A \models K$  gilt, aber nicht  $A \vdash_{Res} K$ .

**Abgabe: bis 12. Juni 2015, 12:00 Uhr im Kasten neben Raum 34/401.4**