SS 2015 27. Mai 2015

Präsenzübungen zur Vorlesung Logik
Blatt 3

Prof. Dr. Roland Meyer Bearbeitung am 28. und 29. Mai 2015

Präsenzaufgabe 3.1 [Tableau-Beweise]

Zeigen Sie durch Angabe von abgeschlossenen Tableaus, dass folgende Formeln unerfüllbar sind:

a) $\neg((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p))$

b) $(p \rightarrow (q \wedge r)) \wedge ((r \rightarrow \neg q) \wedge p)$

c) $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge \neg((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$

Präsenzaufgabe 3.2 [Vollständige offene Äste in Tableaus]

Beweisen Sie das Lemma von Hintikka: Eine vollständige Menge Θ ist erfüllbar genau dann, wenn sie offen ist.

Präsenzaufgabe 3.3 [Königs Lemma I]

Das *Ballspiel nach Smullyan* wird von einer Person gespielt und verläuft nach folgenden Regeln: Es steht ein Behältnis zur Verfügung, das unbegrenzt viele Bälle fassen kann. Ferner gibt es einen unbegrenzten Vorrat an Bällen, von denen jeder mit einer natürlichen Zahl beschriftet ist. Am Anfang enthält das Behältnis einen Ball. Es kann nun in jedem Schritt des Spiels ein Ball aus dem Behältnis entnommen werden und dafür beliebig (aber endlich) viele Bälle eingefüllt werden, deren Beschriftung allerdings kleiner sein muss als die des entnommenen Balls. Das Spiel ist zu Ende, wenn kein Schritt mehr möglich ist, d.h. wenn das Behältnis leer ist.

Zeigen Sie, dass jedes Spiel nach endlich vielen Schritten zum Ende kommt.

Präsenzaufgabe 3.4 [Königs Lemma II]

Sei Σ eine endliche Menge von Symbolen. Ein *Wort über* Σ ist eine endliche Folge von Symbolen aus Σ. Ein *unendliches Wort über* Σ ist eine unendliche Folge von Symbolen aus Σ. Es sei L eine präfix-abgeschlossene Menge von Wörtern über Σ, d.h.: Ist ein Wort in L enthalten, so auch alle seine Präfixe. Zeigen Sie: Wenn L unendlich ist, dann gibt es ein unendliches Wort über Σ, dessen (endliche) Präfixe alle in L enthalten sind.