Übungen zur Vorlesung
Einführung in die Logik
Blatt 4

Prof. Dr. Roland Meyer,
Sören van der Wall Abgabe bis Do, 25. Juni 2020 um 23:59

Aufgabe 4.1 (Normalformen — **4 + 3 + 3 = 10 Pkt**)
Berechnen Sie für die Formel $(p \vee q) \wedge (r \rightarrow \neg p) \wedge [\neg p \leftrightarrow (s \wedge \neg q)]$

a) NNF

b) DNF

c) KNF

Aufgabe 4.2 (Tseitin — **10**)
Berechnen Sie zu der Formel $(p \wedge q) \rightarrow [\neg q \rightarrow (r \wedge \neg r)]$ eine erfüllbarkeitsäquivalente Formel mithilfe des Tseitin-Verfahrens. Geben Sie zunächst den Syntaxbaum der Formel an.

Aufgabe 4.3 (Größe von DNFs — **15 Pkt**)
In der Vorlesung haben Sie gehört, dass es Formeln gibt, die keine „kleinen“, äquivalenten DNFs besitzen. Geben Sie ein Schema für eine Formel an, das für jedes $n \in \mathbb{N}$ eine Formel mit $\sim 2n$ Operatoren erzeugt und jede DNF der Formel hat mindestens 2^n Operatoren.

Gilt das auch für KNFs? Geben Sie eine kurze Begründung an.

Aufgabe 4.4 (König's Lemma — **15 Pkt**)
Sei Σ ein Alphabet, d.h. eine endliche Menge von Symbolen. Ein endliches Wort w über Σ ist eine endliche Folge von Symbolen aus Σ, d.h. $w = a_0 \dots a_k$ mit $a_i \in \Sigma$ für $i \in \{0, \dots, k\}$. Ein unendliches Wort w über Σ ist eine unendliche Folge von Symbolen aus Σ, d.h. $w = a_0 a_1 a_2 \dots$ mit $a_i \in \Sigma$ für $i \in \mathbb{N}$. Ein Präfix eines Wortes $w = a_0 \dots a_k$ (bzw. $w = a_0 \dots$) ist ein Wort $a_0 \dots a_j$ mit $j \leqslant k$ (bzw. $j \in \mathbb{N}$).

Sei L eine Präfix-abgeschlossene Menge von endlichen Wörtern über Σ, d.h. wenn ein Wort w in L enthalten ist, dann auch alle seine Präfixe.

Zeigen Sie: Wenn L unendlich ist, dann gibt es ein unendliches Wort über Σ, dessen (endliche) Präfixe alle in L enthalten sind.

Abgabe bis Do, 25. Juni 2020 um 23:59 per Mail an Ihren Gruppenleiter.