

Übungen zur Vorlesung  
Einführung in die Logik  
Blatt 3

Prof. Dr. Roland Meyer,  
Sören van der Wall

Abgabe bis Fr, 04. Juni 2021 um 23:59

**Aufgabe 3.1** (Gentzen-Sequenzkalkül — **3 + 3 + 3 = 9 Pkt**)

Zeigen Sie die folgenden Aussagen im Gentzen-Sequenzkalkül. Notieren Sie die Beweise wie in der Vorlesung bottom-up und baumartig. Notieren Sie in jedem Schritt, welche Regel angewandt wurde.

- a)  $\neg(p \rightarrow q) \vdash_G q \rightarrow p$
- b)  $\vdash_G (p \wedge q) \rightarrow (p \vee r)$
- c)  $s \wedge r, r \rightarrow \neg(p \wedge q) \vdash_G \neg p, \neg q$

**Aufgabe 3.2** (Tableaux — **3 + 3 + 3 + 15 = 24 Pkt**)

- a) Zeigen Sie unter Verwendung eines Tableaus, dass  $((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p))$  eine Tautologie ist.
- b) Zeigen Sie unter Verwendung eines Tableaus, dass  $(p \rightarrow (q \wedge r)) \wedge ((r \rightarrow \neg q) \wedge p)$  unerfüllbar ist.
- c) Zeigen Sie unter Verwendung eines Tableaus, dass  $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge \neg((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$  unerfüllbar ist.
- d) Zeigen Sie das Lemma von Hintikka: Eine vollständige Menge  $\Theta$  ist genau dann erfüllbar, wenn sie offen ist.

*Hint: Nutzen Sie dazu den Ansatz aus der Vorlesung und eine Induktion über die Strukturtiefe der Formeln in  $\Theta$ . Welche Fälle sind im Induktionsschritt zu unterscheiden?*

**Aufgabe 3.3** (Davis-Putnam — **9 Pkt**)

Zeigen Sie unter Verwendung des Davis-Putnam-Verfahrens aus der Vorlesung, dass die folgende aussagenlogische Formel eine Tautologie ist. Verwenden Sie dabei die Unit-Regel immer wenn dies möglich ist. Die anderen Regeln dürfen Sie nach Belieben verwenden. Notieren Sie in jedem Schritt, welche Regel Sie angewandt haben.

$$(\neg s \wedge \neg q \wedge \neg p) \vee (\neg q \wedge \neg p \wedge \neg r) \vee (\neg q \wedge \neg p \wedge \neg r \wedge t) \vee (r) \vee (\neg q \wedge p) \vee (p \wedge t) \vee (\neg t \wedge q) \vee (\neg p \wedge t)$$

**Aufgabe 3.4** (Resolution — 8 Pkt)

Zeigen Sie mittels Resolution, dass die folgende Formel eine Tautologie ist.

$$(p \wedge q \wedge \neg t) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg s) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg q \wedge s) \vee (\neg r \wedge q) \vee (r \wedge q)$$

Abgabe bis Fr, 04. Juni 2021 um 23:59 per StudIP in Ihren Gruppenordner.