

Große Übung zur Vorlesung
Einführung in die Logik
Präsenzaufgabenblatt 1

Jens Gutsfeld,
Sören van der Wall

Präsentation am Mo, 22. April 2024

Präsenzaufgabe 1.1 (Semantik von Formeln)

1. Sei φ eine Bewertung, mit $\varphi(p) = 1$ und $\varphi(q) = \varphi(r) = 0$. Berechnen Sie

$$\varphi(\neg(p \wedge q) \rightarrow r)$$

2. Beweisen oder widerlegen Sie, dass $q \rightarrow (r \rightarrow (p \vee q))$ eine Tautologie ist.
3. Beweisen oder widerlegen Sie, dass $q \rightarrow p \models p \rightarrow q$.

Präsenzaufgabe 1.2 (Strukturelle Induktion)

Wir schreiben $A[p/q]$ für die Formel, die entsteht, wenn in A jedes Vorkommen der Variable p durch die Variable q ersetzt wird.

Zeigen Sie per struktureller Induktion: Für alle Formeln A , in denen q nicht in A vorkommt, gilt: A ist erfüllbar, genau dann, wenn $A[p/q]$ erfüllbar ist.

Präsenzaufgabe 1.3 (Anwendung des Kompaktheitssatzes)

Es sei gegeben: Eine Formel A und eine Menge Γ aussagenlogischer Formeln, sodass für jede Belegung φ eine Formel $B \in \Gamma$ existiert mit $\varphi(B) = 1$.

Zeigen Sie: Es gibt eine Menge $\{B_1, \dots, B_n\} \subseteq \Gamma$, sodass $A \rightarrow (B_1 \vee \dots \vee B_n)$ eine Tautologie ist.