

Übungen zur Vorlesung
 Programmanalyse
 Blatt 9

Prof. Dr. Roland Meyer,
 M. Sc. Sebastian Wolff
 M. Sc. Elisabeth Neumann

Abgabe bis 10.01.2018 um 12 Uhr

Schon seit vielen Jahren fliegt der Weihnachtsmann zu Weihnachten um die Welt, um Geschenke an alle Kinder zu verteilen. Da er mittlerweile auch nicht mehr der Jüngste ist (Nikolaus von Myra, * ca. 270), fällt es ihm zunehmend schwerer, alle Kinder in nur einer Nacht zu erreichen. Deshalb hat er beschlossen, sich modernen Technologien nicht länger zu verschließen.

In diesem Jahr testet der Weihnachtsmann nun zum ersten Mal ein neues Logistiksystem, mit dem viele automatische Schlitten gleichzeitig auf den Weg geschickt werden können. Hierfür wurde eigens eine unbeschränkte Anzahl an Schlittendrohnen angeschafft. Das neue System wird in einer speziell entwickelten parallelen Sprache mit folgender Syntax programmiert:

$$\begin{aligned}
 P &::= \mathbf{proc} \ p(x) \ \mathbf{HoHoHo} \ F \ \mathbf{oHoHoH} \\
 F &::= \mathbf{skip} \mid x := l.get() \mid l.remove(x) \mid \\
 &\quad \mathbf{good}(x) \ ? \ \mathbf{drop}(sweets) \ : \ \mathbf{drop}(coal) \mid \\
 &\quad \mathbf{spawn} \ p(x) \mid F; F \mid F \parallel F
 \end{aligned}$$

In dieser Sprache wurde nun folgende Idee implementiert: Der Weihnachtsmann verwaltet eine Liste l mit Häusern, die besucht werden müssen. In jedem Schritt wählt er ein Haus aus und schickt einen Schlitten auf den Weg. Sobald der Schlitten unterwegs ist, streicht er das Haus aus der Liste und startet sein eigenes Programm neu. Jedes Haus enthält wiederum eine Liste von Kindern. Wenn ein Schlitten ein Haus besucht, wählt er ein Kind aus, bestimmt ein Geschenk und lässt es fallen. Dann streicht er das Kind aus der Liste und startet sein Programm neu.

```

proc Santa()
  HoHoHo
  house := town.get();
  spawn Sleigh(house);
  town.remove(house);
  spawn Santa()
oHoHoH

```

```

proc Sleigh(h)
  HoHoHo
  child := h.get();
  good(child) ? drop(sweets) : drop(coal);
  h.remove(child);
  spawn Sleigh(h)
oHoHoH

```

Aufgabe 9.1 (Semantik von Weihnachtsprogrammen)

Sie möchten Weihnachtsprogramme analysieren können. Geben Sie deshalb eine operationelle Semantik an, so dass das neue Logistiksystem tatsächlich wie erwartet arbeitet.

Hinweise: Es ist naheliegend, als Datendomäne Listen zu verwenden. Diese können dabei auch geschachtelt sein. Der Befehl „good(x) ? drop(sweets) : drop(coal)“ überprüft, ob die Liste x das Element „good“ enthält und führt dementsprechend „drop(sweets)“ oder „drop(coal)“ aus. Der Befehl „spawn p(x)“ startet die Prozedur „p(x)“ in einem neuen Prozess. Dazu ist in der Syntax eine Parallelkomposition || enthalten. Eine Regel zum Starten eines neuen Prozesse wäre z.B. die Folgende:

$$\frac{(\text{spawn } p(x); F, \sigma)}{(F \parallel F', \sigma')}, \text{ falls } p(x) \text{ durch „proc } p(x) \text{ HoHoHo F' oHoHoH “ definiert ist.}$$

Sie können auf die Behandlung von Prozedurparametern verzichten.

Aufgabe 9.2 (Analyse von Weihnachtsprogrammen)

Der Weihnachtsmann hat beschlossen, dass er auch seine eigene Arbeit parallelisieren möchte und hat mehrere „Santa()“-Prozesse gestartet. Leider ist dabei ein Fehler aufgetreten, nun werden nämlich manche Häuser mehrfach beliefert. Finden Sie eine endliche abstrakte Domäne, mittels derer Sie diesen Fehler identifizieren können. Führen Sie das Programm „Santa() || Santa()“ in dieser Domäne aus.

Aufgabe 9.3 (Galois-Verbindungen)

Sei (L, α, γ, M) eine Galois-Verbindung und seien $f : L \rightarrow L, f^\# : M \rightarrow M$ monotone Funktionen. Zeigen Sie:

$$\alpha \circ f \circ \gamma \leq f^\# \quad \text{gdw.} \quad \alpha \circ f \leq f^\# \circ \alpha$$

Aufgabe 9.4 (Abstrakte Interpretation)

Betrachten Sie das folgende Programm, das die *Hailstone-Folge* berechnet:

```
while [x ≠ 1]1 do
  if [even(x)]2 then
    [x := [x/2]]3
  else
    [x := 3x + 1]4
```

Wir wollen das Transitionssystem dieses Programms auf der abstrakten Domäne $\mathbb{P}(\{\text{odd}, \text{even}\})$ bestimmen.

- Geben Sie zuerst sichere Approximationen für die Funktionen $x \mapsto \lfloor x/2 \rfloor, x \mapsto 3x+1$ sowie die Prädikate $\text{even}(x)$ und $x \neq 1$ an.
- Geben Sie das abstrakte Transitionssystem des Programms an. Nutzen Sie als Startwert $\{\text{odd}\}$.

Wir wünschen Ihnen ein schönes Weihnachtsfest und ein frohes neues Jahr.

Abgabe bis 10.01.2018 um 12 Uhr im Kasten neben Raum IZ 343