Technische Universität Braunschweig

TCS

Dr. Jürgen Koslowski

Theoretische Informatik 2

Aufgabenblatt 0, 2019-04-29

Hausaufgabe 1 [15 PUNKTE]

Wir hatten *Entscheider* als deterministische Turingmaschinen definiert, die immer halten. Lassen sich die Sätze 1.0.19 und 1.0.20 des Skripts retten, wenn man stattdessen nichtdeterministische Entscheider einführt, die immer halten? Wenn ja, geben Sie detailliert die notwendigen Modifikationen im Beweis an.

Hausaufgabe 2 [20 PUNKTE]

Zeigen Sie: Die Klasse der (semi-)entscheidbaren Sprachen ist abgeschlossen unter

(1) [4 PUNKTE] Durchschnitten;

(2) [6 PUNKTE] homomorphen Urbildern, d.h., ist $\Sigma^* \xrightarrow{\varphi} \Gamma^*$ ein Homomorphismus und ist $L \subseteq \Gamma^*$ (semi-)entscheidbar, gilt das auch für $\varphi^{-1}(L) = \{ w \in \Sigma^* : \varphi(w) \in L \}$.

Erklären Sie ausführlich

(3) [3 PUNKTE] warum man in (2) *nicht* vorauszusetzen braucht, dass φ berechenbar ist?

(4) [7 PUNKTE] dass für jede Sprachklasse aus dem Abschluß unter Durchschnitten und homomorphen Urbildern auch unter der Abschluß unter der Shuffle-Operation folgt.

Zur Erinnerung: Die Shuffle-Operation

$$\boldsymbol{shf}(w, \varepsilon) = \boldsymbol{shf}(\varepsilon, w) = \{w\}$$
$$\boldsymbol{shf}(au, bv) = \{a\}\boldsymbol{shf}(u, bv) \cup \{b\}\boldsymbol{shf}(au, v)$$

bildet, informell gesprochen, zwei Wörter u und v aus auf die Menge aller "Durchmischungen" dieser Wörter ab, wobei die Reihenfolge der Symbole in u wie in v erhalten bleibt (wie bein Ineinandermischen zweier Stapel von Spielkarten).

Wir erhalten nun eine binäre Operation auf $P(X^*)$ vermöge

$$\boldsymbol{shf}[L, M] := \bigcup\{\boldsymbol{shf}(u, v) : u \in L \wedge v \in M\}$$

[Achtung: die beiden zu durchmischenden Sprachen dürfen über verschiedenen Alphabeten leben!]

Hausaufgabe 3 [5 PUNKTE]

Im Funktionenzoo findet sich gleich neben dem Gehege für den *Busy Beaver* β dasjenige für das *Confused Weasel* ω: für eine 1-Band-TM über $\{\star\}$ mit n Nicht-Haltezuständen bezeichnet $\omega(n)$ die Maximalzahl von Schritten, bei denen der Inhalt eines Feldes geändert wird, bis die Maschine hält. Ist das Confused Weasel Turing-berechenbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

Hausaufgabe 4 [15 PUNKTE]

Konstruieren Sie alleine (ohne Google zu konsultieren!) zwei echt verschiedene TMs, die $\beta(3) = 6$ realisieren und weisen Sie nach, dass die Maschinen das Gewünschte leisten. Dabei soll sich der

Kopf bei jedem Schritt bewegen und nicht auf dem aktuellen Feld verharren. Das bloße Spiegeln der Bewegungsrichtung liefert keine echt verschiedene Maschine! Aber es gibt mindestens 16 Millionen Lösungen ;-)

Zur Geschichte des Busy-Beaver-Problems, und warum wir die Berechnung von $\beta(6)$ *nicht* als Hausaufgabe gestellt haben, siehe fogenden Beitrag von John Baez.

Abgabe bis Dienstag, 2019-05-07, bis 14:45 Uhr, im Kasten neben IZ 343