

Übungen zur Vorlesung  
Theoretische Informatik I  
Blatt 5

Prof. Dr. Roland Meyer,  
M. Sc. Elisabeth Neumann

Abgabe bis 18.12.2017 um 12 Uhr

**Aufgabe 5.1** (Pumping Lemma)

Beweisen Sie, dass die Sprache  $L = \{a^{(n^2)} \in a^* \mid n \in \mathbb{N}\}$  nicht regulär ist.

*Hinweis: Sei  $p \in \mathbb{N}$ . Überlegen Sie sich, wie viele Quadratzahlen es zwischen den Zahlen  $p^2$  und  $p^2 + p$  geben kann.*

**Aufgabe 5.2** (Ultimative Periodizität)

Sei  $L \subseteq a^*$  eine reguläre Sprache. Wir definieren die Sprache  $\sqrt{L} = \{w \mid w^2 \in L\}$ . Zeigen Sie, dass auch  $\sqrt{L}$  regulär ist.

*Hinweis: Nutzen Sie die Charakterisierung von Regularität durch ultimative Periodizität.*

**Aufgabe 5.3** (Kontextfreie Grammatiken)

Geben Sie kontextfreie Grammatiken für die folgenden Sprachen an und begründen Sie kurz warum die angegebene Grammatik die Sprache erzeugt.

- $L_1 = \{a^n b^m \in \{a, b\}^* \mid n \geq m \text{ für } n, m \in \mathbb{N}\}$ .
- $L_2 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w)\}$ , wobei  $\#_a(w)$  ( $\#_b(w)$ ) der Anzahl der  $a$ 's ( $b$ 's) in  $w$  entspricht.
- Können Sie eine kontextfreie Grammatik für  $L_3 = \{a^n b^n c^n \in \{a, b, c\}^* \mid n \in \mathbb{N}\}$  angeben? Wo liegt intuitiv das Problem?

**Aufgabe 5.4** (Rechtslineare Grammatiken)

In dieser Aufgabe beweisen Sie, dass die Sprachen, die von rechtslinearen Grammatiken erzeugt werden, genau die regulären Sprachen sind.

- Es sei ein NFA  $A$  gegeben. Konstruieren Sie eine rechtslineare Grammatik  $G$  mit  $L(G) = L(A)$ . Argumentieren Sie, warum Ihre Konstruktion korrekt ist.
- Es sei eine rechtslineare Grammatik  $G$  gegeben. Konstruieren Sie einen NFA  $A$  mit  $L(A) = L(G)$  und argumentieren Sie, warum die Konstruktion korrekt ist.

**Abgabe bis 18.12.2017 um 12 Uhr im Kasten neben Raum 343.**