<u>Beispiel (Tableau-Konstruktion):</u>

(1) Um $\models ((\forall x A) \to B) \to \exists x (A \to B)$ mit $x \notin FV(B)$

zu zeigen,
finde ein abgeschlossenes Tableau für

$$\neg(((\forall x A) \to B) \to \exists x (A \to B)):$$

- $\neg(((\forall x A) \to B) \to \exists x (A \to B))$
- $(\forall x A) \to B$
- $\neg \exists x (A \to B)$
  - $\neg \forall x A$
    - $\neg A\{x/a\}$
    - $\neg(A \to B)\{x/a\}$
    - $A\{x/a\}$
    - $\underline{\neg B\{x/a\}}$
      $\equiv \neg B$, da $x \notin FV(B)$
    - $\lightning$
  - B
    - $\neg(A \to B)\{x/a\} \equiv \neg(A\{x/a\} \to B\{x/a\})$
    - $A\{x/a\}$
    - $\neg B\{x/a\} \equiv \neg B$
    - $\lightning$

Beachte, dass $\neg B\{x/a\} \equiv \neg B$ syntaktische Gleichheit ist.
Wir haben <u>keine</u> logische Äquivalenz verwendet.

(2) Sei $\Gamma = \{\forall x A \vee \forall x B\}$, $F = \forall x (A \vee B)$.
Um $\Gamma \models F$ zu prüfen,
prüfe
$\models \forall x A \vee \forall x B \to \forall x (A \vee B)$
mittels eines Tableaus:

- $\neg(\forall x A \vee \forall x B \to \forall x (A \vee B))$
- $\forall x A \vee \forall x B$
- $\neg \forall x (A \vee B)$
- $\neg(A \vee B)\{x/a\}$
  $\equiv \neg(A\{x/a\} \vee B\{x/a\})$
- $\neg A\{x/a\}$
- $\neg B\{x/a\}$
  - $\forall x A$
    - $A\{x/a\}$
    - $\lightning$
  - $\forall x B$
    - $B\{x/a\}$
    - $\lightning$

Beispiel (Unifikation):

Betrachte $\{L_1, L_2\}$ mit

$$L_1 \equiv \neg p[f(z, g(a,y)), h(z)]$$

$$L_2 \equiv \neg p[f(f(u,v), x), h(f(a,b))]$$

Variablen: x, y, z, u, v

$\Theta_0 := \{\}$

Erster Durchlauf:

$$\neg p[f(z, g(a,y)), h(z)]$$
$$\neg p[f(f(u,v), x), h(f(a,b))]$$

Ergibt $\Theta_1 := \Theta_0\{z/f(u,v)\} = \{z/f(u,v)\}$.

Zweiter Durchlauf:

$$\neg p[f(f(u,v), g(a,y)), h(f(u,v))]$$
$$\neg p[f(f(u,v), x), h(f(a,b))]$$

Ergibt $\Theta_2 := \Theta_1\{x/g(a,y)\}$.

Dritter Durchlauf:

$$\neg p[f(f(u,v), g(a,y)), h(f(u,v))]$$
$$\neg p[f(f(u,v), g(a,y)), h(f(a,b))]$$

Ergibt $\Theta_3 := \Theta_2\{u/a\}$.

Vierter Durchlauf:

$$\neg p[f(f(a,v), g(a,y)), h(f(a,v))]$$
$$\neg p[f(f(a,v), g(a,y)), h(f(a,b))]$$

Ergibt $\Theta_4 := \Theta_3\{v/b\}$.

Dann gilt $L_1\Theta_4 \equiv L_2\Theta_4$.

Der allgemeinste Unifikator ist also

$$\Theta_4 = \{z/f(u,v)\}\{x/g(a,y)\}\{u/a\}\{v/b\}$$
$$= \{z/f(a,b),\ x/g(a,y),\ u/a,\ v/b\}.$$

Beachte, dass Θ_4 keine Grundsubstitution ist (y).