

Theoretische Informatik 1

Übungsblatt 2

René Maseli
Prof. Dr. Roland Meyer

TU Braunschweig
Wintersemester 2021/22

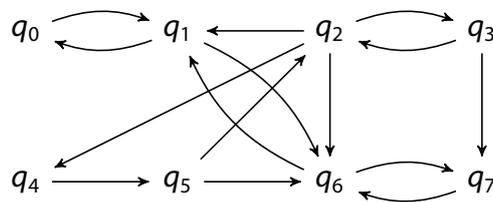
Ausgabe: 15.11.2022

Abgabe: 25.11.2022, 09:45

Geben Sie Ihre Lösungen bis Freitag, 25.11 09:45 Uhr, im Vips-Verzeichnis der StudIP-Veranstaltung ab. Fertigen Sie dazu ihre Hausaufgaben direkt in .pdf Form an oder scannen ihre handschriftlichen Hausaufgaben ein. Geben Sie in Gruppen von **4 Personen** ab.

Aufgabe 1: Erreichbarkeit in Graphen [7 Punkte]

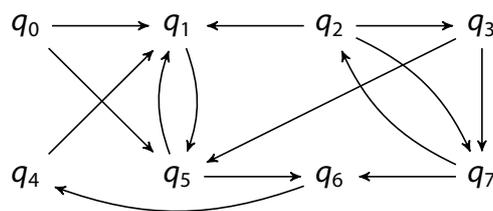
Finden Sie alle vom Startknoten q_0 erreichbaren Knoten im folgenden Graphen $G = \langle V, E \rangle$.



- [3 points] Formulieren Sie eine geeignete \sqcup -stetige Funktion $f : \mathcal{P}(V) \rightarrow \mathcal{P}(V)$, die die Erreichbarkeits-Eigenschaft beschreibt.
- [4 points] Berechnen Sie $\text{lfp}(f)$ mit Hilfe der im Fixpunktsatz von Kleene benutzten Folge.

Aufgabe 2: Unerreichbarkeit in Graphen [10 Punkte]

Finden Sie alle Knoten des folgenden Graphen $G = \langle V, E \rangle$, welche **nicht** vom Startknoten q_0 erreichbar sind.



Betrachten Sie dazu die Funktion $f : \mathcal{P}(V) \rightarrow \mathcal{P}(V)$ mit

$$f(X) = \{v \in V \mid v \neq q_0 \text{ UND } (\forall x \in V \setminus X: \langle x, v \rangle \notin E)\}$$

- [3 points] Zeigen Sie, dass f im Verband $\langle \mathcal{P}(V), \subseteq \rangle$ monoton ist.
- [3 points] Zeigen Sie, dass f \sqcap -stetig in $\langle \mathcal{P}(V), \subseteq \rangle$ ist.
- [4 points] Berechnen Sie $\text{gfp}(f)$ unter Verwendung der Folge aus dem Kleene'schen Fixpunktsatz.

```

[x := 0]0
while [x2 < y]1 do
  | [x := x + 1]2
end while
if [x2 = y]3 then
  | [z := 1]4
else
  | [x := y]5
  | [z := 0]6
end if
[skip]7

```

```

[x := 0]0
while [x < 24]1 do
  | [y := 3x + 2]2
  while [y < 5x]3 do
    | [y := y + 2]4
    if [3x < y]5 then
      | [x := x + 1]6
    end if
  end while
end while
[x := x - 14]7

```

Aufgabe 3: Live Variables [9 Punkte]

Weisen Sie jedem Block des linken Programms die Menge an Variablen zu, die nach diesem Block noch benutzt werden könnten.

- [1 Punkt] Zeichnen Sie den Kontrollflussgraphen G . Markieren Sie die Extremal-Blöcke. Beachten Sie, dass es sich hier um eine Rückwärts-Analyse handelt.
- [3 Punkte] Betrachten Sie den Verband $D = \langle \mathcal{P}(\{x, y, z\}), \subseteq \rangle$. Geben Sie für jeden Block $b \in B$ eine geeignete monotone Transferfunktion f_b über diesem Verband an.
- [5 Punkte] Betrachten Sie das Datenflusssystem $(G, D, \{x, y, z\}, (f_b)_{b \in B})$. Geben Sie das induzierte Gleichungssystem an und bestimmen Sie seine kleinste Lösung mit dem Satz von Kleene.

Aufgabe 4: Reaching Definitions [9 Punkte]

Finden sie zu jedem Block des rechten Programms die Menge der Zuweisungen, welche eine Variable als letztes überschrieben haben könnten, bevor dieser Block beginnt.

- [1 Punkt] Zeichnen Sie den Kontrollflussgraphen G . Markieren Sie insbesondere die Extremal-Blöcke. Beachten Sie, dass es sich hier um eine Vorwärts-Analyse handelt.
- [3 Punkte] Betrachten Sie den Verband $\mathcal{D} = \langle \mathcal{P}(\{x, y\} \times (B + \{?\})), \subseteq \rangle$. Geben Sie für jeden Block $b \in B$ eine geeignete monotone Transferfunktion f_b über diesem Verband an.
- [5 Punkte] Betrachten Sie das Datenflusssystem $(G, \mathcal{D}, \{(x, ?), (y, ?)\}, (f_b)_{b \in B})$. Geben Sie das induzierte Gleichungssystem an und bestimmen Sie seine kleinste Lösung mit dem Satz von Kleene.